

# Влияние длины метеорного следа на его эффективную площадь рассеяния

Н. Д. Наумов и В. П. Петровский

Объединенный институт высоких температур РАН, Ижорская ул., 13, стр.2, Москва 125412, Россия

E-mail: b1p2a3@mail.ru

Статья поступила в редакцию 30 июля 2023 г.

**Аннотация.** На основе принципа Гюйгенса сформулирован метод оценки поля электромагнитной волны, обратно рассеянной плазмой метеорного следа. Получены аналитические выражения для эффективной площади рассеяния (ЭПР) неуплотненного и переуплотненного метеорных следов. Показано, что приемлемое выражение для ЭПР протяженного метеорного следа получается при корректном учете продольной интерференции элементарных волн. <https://doi.org/10.33849/2023210>

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Необходимость оценки рассеяния радиоволн различными плазменными образованиями обусловлена практическими задачами, такими как: радиолокация [1], метеорная радиосвязь [2] и метеорная радиоастрономия [3]. Проблематика определения эффективной площади рассеяния (ЭПР) как в радиочастотном [4, 5], так и оптическом диапазонах длин волн [6] остается актуальной и в настоящее время. Расчет поля рассеянной электромагнитной волны на основе решения волнового уравнения с соответствующими граничными условиями является сложной задачей, требующей применения численных методов. Для проведения оценок важную роль играет разработка упрощенных аналитических моделей [7, 8].

Данная работа посвящена построению такой модели для оценки ЭПР метеорного следа. Недостатком существующей аналитической модели [9] является то обстоятельство, что полученное выражение для ЭПР применимо только в случае короткого метеорного следа. Это, в частности, выражается в том, что, согласно результату работы [9], интенсивность рассеянного радиоизлучения для ракурсного угла  $90^\circ$  квадратично зависит от длины следа, что не согласуется с данными для протяженных метеорных следов. В связи с этим в метеорной радиосвязи и метеорной радиоастрономии для получения приемлемого значения ЭПР длина следа полагается равной половине длины первой зоны Френеля [2, 3]. Как показано в данной работе, адекватное выражение для оценки ЭПР в случае протяженного метеорного следа получается при корректном учете продольной интерференции элементарных волн.

## 2. ПЕРЕУПЛОТНЕННЫЙ МЕТЕОРНЫЙ СЛЕД

Вначале рассмотрим переуплотненный метеорный след, т.е. когда его плазма отражает падающую радиоволну. В качестве простой модели такого следа можно рассматривать отражающий цилиндр (см. рисунок 1). Введем декартову и цилиндрическую системы координат с началами в центре цилиндра и осью  $Oz$  вдоль его оси симметрии. Предполагается, что радиопередатчик находится в плоскости  $Oyz$ . Цилиндр будем считать длинным, если отношение длины цилиндра  $h$  к поло-

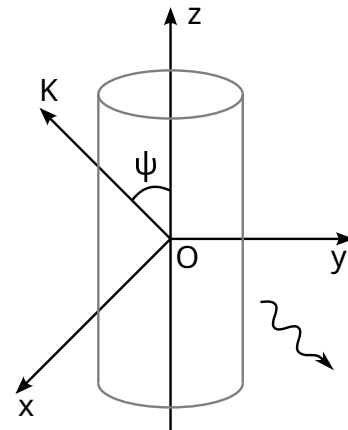


Рисунок 1. Расчетная схема.

вине длины первой зоны Френеля  $L = \sqrt{\lambda R/2}/\sin \psi$  не является малой величиной. Здесь  $\lambda$  — длина волны,  $R$  — расстояние от цилиндра до точки расположения радиопередатчика,  $\psi$  — ракурсный угол, т.е. угол между осью  $Oz$  и волновым вектором радиоволны.

Для оценки поля рассеянной волны будем исходить из принципа Гюйгенса, согласно которому это поле является суперпозицией полей элементарных волн, создаваемых электрическими вибраторами. В качестве таких вибраторов рассматриваются токи, возбуждаемые падающей волной в небольших участках отражающей поверхности.

Практической моделью электрического вибратора является электрический диполь Герца, для напряженности поля которого в дальней зоне имеем [10]:

$$\mathbf{E} = -e_\theta \frac{Id}{2\lambda R} W \sin \theta e^{i\omega t - iKR}. \quad (1)$$

Здесь  $I$  — амплитуда электрического тока,  $d$  — длина диполя,  $W$  — волновое сопротивление вакуума,  $\omega = Kc$ ,  $K = 2\pi/\lambda$  — волновое число,  $c$  — скорость света,  $\theta$  — угол в сферической системе координат, связанной с осью диполя,  $e_\theta$  — орт этой системы координат для угла  $\theta$ . Угол  $\theta$  характеризует направление на точку наблюдения.

Для оценки поля электромагнитной волны, рассеянной отражающей поверхностью, можно использовать

метод физической оптики. В этом методе источником вторичных волн является электрический ток, возбуждаемый волной на поверхности ее отражения. Вектор линейной плотности этого тока  $\mathbf{J}$  определяется магнитным полем  $\mathbf{B}$  падающей волны:  $\mathbf{J} = 2[\mathbf{uB}]$ , где  $\mathbf{u}$  — единичный вектор нормали к поверхности.

Для получения расчетной формулы рассмотрим элемент отражающей поверхности  $dS$ , расположение которого определяется радиус-вектором  $\mathbf{q}$ . Выберем в качестве нулевой фазы падающей радиоволны в начале системы координат. Тогда с учетом сдвига фазы волны для амплитуды линейной плотности тока на рассматриваемом элементе поверхности найдем:

$$\mathbf{J}_0 = 2[\mathbf{uB}_0]e^{-i\mathbf{Kq}}.$$

Здесь  $\mathbf{B}_0$  — амплитуда магнитного поля падающей волны,  $\mathbf{K} = k\mathbf{w}$  — ее волновой вектор, где  $\mathbf{w}$  — единичный вектор в направлении падения волны.

Ось диполя Герца параллельна вектору  $\mathbf{J}_0$ , направление на точку наблюдения определяется вектором  $(-\mathbf{w})$ , поэтому орты сферической системы координат, связанной с осью диполя, вычисляются с помощью следующих формул:

$$\mathbf{e}_r = -\mathbf{w}, \quad \mathbf{e}_\varphi = \frac{1}{\sin\theta}[\mathbf{e}_z\mathbf{e}_r], \quad \mathbf{e}_\theta = [\mathbf{e}_\varphi\mathbf{e}_r],$$

где  $\mathbf{e}_z = \mathbf{J}_0/J_0$ ,  $\sin\theta = |[\mathbf{e}_z\mathbf{e}_r]|$ . Для произведения амплитуды электрического тока на длину диполя, создаваемого рассматриваемым элементом отражающей поверхности, имеем:  $Id = J_0dS$ . Далее, волновой вектор обратно рассеянной волны равен  $(-\mathbf{K})$ , поэтому для нее фазовый множитель имеет то же значение  $e^{-i\mathbf{Kq}}$ .

Как уже указывалось, рассеянное поле является суперпозицией полей элементарных волн, создаваемых электрическими вибраторами. В итоге с учетом выражения (1) для поля обратно рассеянной волны найдем:

$$\mathbf{E}_s = -\frac{1}{\lambda R}\mathbf{E}_0 \int (\mathbf{u}\mathbf{w}) \exp(-2i\mathbf{Kq})dS, \quad (2)$$

где  $\mathbf{E}_0$  — амплитуда электрического поля падающей волны; интегрирование проводится по всей отражающей поверхности. После вычисления этого интеграла можно найти ЭПР:

$$\sigma = 4\pi R^2 \frac{|E_s|^2}{|E_0|^2}.$$

Применительно к рассматриваемой задаче  $\mathbf{q} = a \cos\varphi\mathbf{i} + a \sin\varphi\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ , где  $a$  — радиус цилиндра,  $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$  — орты декартовой системы координат, а интегрирование в выражении (2) нужно провести по облучаемой боковой поверхности цилиндра, т.е.  $dS = a d\varphi dz$ . Поскольку радиопередатчик излучает сферическую волну, которая в дальней зоне для небольшого участка ее фронта рассматривается как плоская, то для длинного цилиндра нужно учитывать зависимость направления волнового вектора падающей волны от расположения отражающего элемента.

Обозначим через  $\chi$  угол между осью  $Oz$  и вектором из точки расположения радиопередатчика в точку рас-

положения элемента  $dS$ . Тогда  $\mathbf{K} = -\sin\chi\mathbf{j} + \cos\chi\mathbf{k}$ , где, как следует из геометрических соображений, с точностью до членов первого порядка по величине  $z/R$

$$\sin\chi \approx \sin\psi(1 - \frac{z}{R}\cos\psi), \quad \cos\chi \approx \cos\psi + \frac{z}{R}\sin^2\psi.$$

Зависимость направления волнового вектора от  $z$  следует учитывать только при интегрировании по продольной координате; для интегрирования по угловой координате  $\chi = \psi$ , поскольку радиус цилиндра мал по сравнению с длиной первой зоны Френеля. В итоге после вычисления интеграла (2) для ЭПР отражающего цилиндра найдем:

$$\sigma = \pi\Lambda(kaL \sin\psi)^2 [J_1^2(\xi) + \mathbf{E}_1^2(\xi)]. \quad (3)$$

Здесь  $\Lambda = |F(\zeta) - F(\eta)|^2/4$ ,  $F(x) = C(x) - iS(x)$ ,  $C(x)$  и  $S(x)$  — интегралы Френеля,  $J_1(x)$  — функция Бесселя,  $\mathbf{E}_1(x)$  — функция Вебера [11], а также введены обозначения:

$$\xi = 2ka \sin\psi, \quad \zeta = 2\frac{L}{\lambda} \cos\psi + \frac{h}{L}, \quad \eta = \zeta - 2\frac{h}{L}.$$

На рисунке 2 для ракурсного угла  $90^\circ$  представлена зависимость фактора  $\Lambda$  от длины метеорного следа. Как видно из этого графика, для короткого следа, т.е. когда  $h/L \ll 1$ , ЭПР квадратично зависит от длины цилиндра. При  $h > L$  эта зависимость становится немонотонной, поэтому используемый в [2, 3] метод оценки ЭПР протяженного метеорного следа для  $\psi = 90^\circ$ , когда длина следа полагается равной половине длины первой зоны Френеля, приводит к завышенному значению его ЭПР.

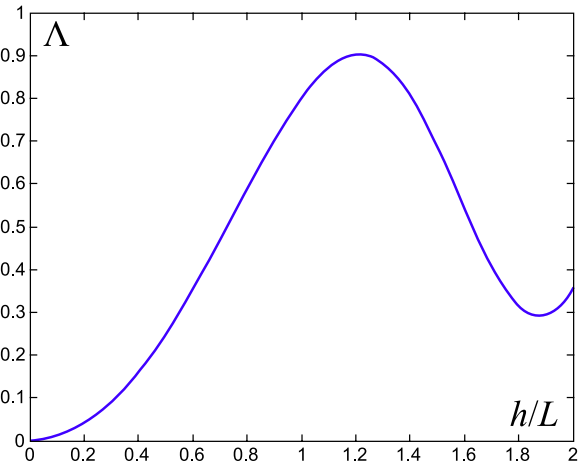


Рисунок 2. Зависимость фактора  $\Lambda$  от длины цилиндра для ракурсного угла  $90^\circ$ .

### 3. НЕУПЛОТНЕННЫЙ МЕТЕОРНЫЙ СЛЕД

Теперь рассмотрим неуплотненный метеорный след, т.е. плазма является проницаемой для падающей радиоволны. Электрическое поле волны приводит к возникновению в плазме переменного электрического тока, т.е. каждый малый объем плазмы  $dV$  становится источ-

ником вторичной сферической волны. Для амплитуды плотности электрического тока имеем (плазму считаем холодной) [12]:

$$\mathbf{j}_0 = -\frac{ie^2 N(\rho)}{m_e \omega} \mathbf{E}_0 e^{-i\mathbf{K}\mathbf{r}}, \quad (4)$$

где  $N(\rho)$  — зависимость концентрации электронов от радиальной координаты. Соответственно, для произведения амплитуды электрического тока на длину диполя, создаваемого элементом объема  $dV$ , получим:  $Id = j_0 \Delta V$ .

Поскольку направление на точку наблюдения определяется вектором  $(-\mathbf{w})$ , а ось диполя параллельна вектору  $\mathbf{E}_0$ , то  $\mathbf{e}_\theta = -\mathbf{E}_0/E_0$ , т.е. для обратного рассеяния волны проникаемой плазмой угол  $\theta = 90^\circ$ . Из выражений (1, 4) получим следующий результат для амплитуды волны, рассеянной элементом объема  $dV$  проникаемой плазмы:

$$d\mathbf{E}_s = i\mathbf{E}_0 \frac{r_e}{R} N(\rho) e^{-2i\mathbf{K}\mathbf{r}} dV,$$

где  $r_e$  — классический радиус электрона. После интегрирования по угловой координате найдем:

$$\mathbf{E}_s = 2i\pi \mathbf{E}_0 \frac{r_e}{R} \int_0^a N(\rho) J_0(2K\rho \sin \psi) \rho d\rho \cdot \int_{-h/2}^{h/2} dz \exp(-2iKz \cos \chi), \quad (5)$$

где  $J_0(x)$  — функция Бесселя.

Фигурирующий в выражении (5) интеграл по радиальной координате можно вычислить в явном виде, если  $N(\rho) = N_0 \sum_{n=0}^m \alpha_n \tau^n$ , где  $\tau = \rho^2/a^2$ ,  $N_0$  — концентрация электронов на оси следа, т.е.  $\alpha_0 = 1$ . В этом случае для ЭПР метеорного следа получается следующее выражение:

$$\sigma = 16\pi\Lambda [\pi r_e a^2 L N_0 \sum_{n=0}^m \alpha_n f_n(\xi)]^2,$$

$$f_n(x) = \frac{1}{x^2} [2nJ_0(x) + xJ_1(x) - 4n^2 f_{n-1}(x)],$$

$$f_0(x) = \frac{J_1(x)}{x}.$$

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Практическая значимость полученных результатов состоит в возможности их использования для оценки ЭПР метеорных следов, а также для тестирования расчетных программ численного моделирования рассеяния электромагнитных волн плазменными образованиями.

Следует также отметить, что при  $h/L \ll 1$ , используя асимптотическое разложение интегралов Френеля при больших значениях аргумента, найдем:

$$\Lambda = \frac{\sin^2(kh \cos \psi)}{(kL \cos \psi)^2}.$$

В этом случае выражение (3) совпадает с полученным в работе [9] результатом для ЭПР короткого отражающего цилиндра.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Финкельштейн М И 1983 *Основы радиолокации* (Москва: Радио и связь)
2. Долуханов М П 1962 *Дальнее распространение ультракоротких волн* (Москва: Связьиздат)
3. Мак-Кинли Д 1964 *Методы метеорной астрономии* (Москва: Мир)
4. Гайдаев А А 2016 *Вестник ДГТУ. Технические науки* **43**(4) 42–52
5. Сулимов А И и Карпов А В 2019 Численное моделирование частотных характеристик метеорных радиоотражений от метеорных следов *Труды XXVI Всероссийской открытой научной конференции «Распространение радиоволн»* т. II ред. Лукин Д С и др. (Казань: Изд-во Казан. ун-та) с. 457–460
6. Храмов И М 2010 *Радиотехника* **11** 79–84
7. Шустиков В Ю 2018 *Вестник Концерна ВКО «Алмаз-Антей»* **2** 75–81
8. Рунов А А 2021 *Вестник Концерна ВКО «Алмаз-Антей»* **4** 76–93
9. Crispin Jr J W and Maffett A L 1965 *Proc. IEEE* **53** 833–848
10. Никольский В В 1978 *Электродинамика и распространение радиоволн* (Москва: Наука)
11. Абрамовиц М и Стиган И (ред.) 1979 *Справочник по специальным функциям* (Москва: Наука)
12. Гинзбург В Л 1967 *Распространение электромагнитных волн в плазме* (Москва: Наука)